

Andrzej Stobiecki, Roman Dudek
AGH Akademia Górniczo-Hutnicza, Kraków

ANALIZA STABILNOŚCI PRZEKSZTAŁTNIKOWYCH NAPĘDÓW TRAKCYJNYCH BEZPOŚREDNIĄ METODĄ LAPUNOWA

STABILITY ANALYSIS OF CONVERTER-BASED TRACTION DRIVES USING LYAPUNOV'S DIRECT METHOD

Abstract: New semiconductor power switches make considerable increase of operation frequency of converters in traction drives possible. For this reason the values of the capacitance and inductance of the input filter components could be significantly decreased. However, the significant decrease of the parameter values of these components can be unacceptable due to necessity to ensure the stable operation of the drive system. The method of obtaining the Lyapunov function and the conditions of stable drive's operation are presented in this paper. On the basis of the simplified equivalent diagram of the traction system, which is frequently encountered in literature, the analysis of system operation was carried out. The non-linear differential equation describing the system was formulated, the points of balance were calculated and the practical meaning of these points was discussed. After taking into account the equilibrium points and appropriate transformation of the formulas the known in literature Liénard equation was obtained. On the basis of dependences related to Liénard equation the Lyapunov function for the system analysed in the paper was found. Results of the simulations and laboratory tests of stability of the system with pulse-mode converter supplying the traction motor with rated power of 45 kW of the electric mine locomotive Ld 31 are also presented here.

1. Wstęp

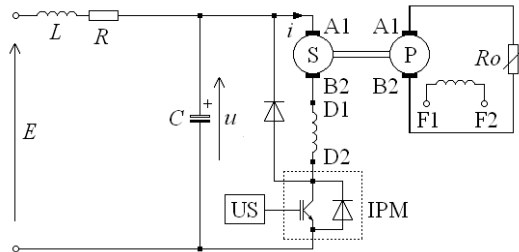
Trakcyjne układy napędowe z silnikami prądu stałego lub prądu przemiennego, sterowane poprzez układy energoelektroniczne, wyposażone są w filtry wejściowe typu LC w celu ograniczenia negatywnego wpływu tak sterowanych napędów na źródło zasilania i sieć zasilającą. Wieloletnie doświadczenia z eksploatacji elektrycznych lokomotyw kopalnianych ($P = 60 \text{ kW} \div 100 \text{ kW}$, $U = 250 \text{ V}$) z impulsowymi układami sterowania pozwalają stwierdzić, że najczęstszą przyczyną awarii przekształtników są uszkodzenia kondensatorów filtra wejściowego [4]. Również liczne publikacje w literaturze krajowej i zagranicznej dotyczą warunków pracy filtrów wejściowych w stanach dynamicznych [1, 2, 6, 8]. Jednym z powodów uszkodzeń kondensatorów filtra wejściowego mogą być niskoczęstotliwościowe oscylacje, które pojawiają się w wyniku niestabilnej pracy układu napędowego. Dostępne obecnie tranzystory IGBT oraz moduły IPM umożliwiają pracę przekształtników ze znacznie wyższymi częstotliwościami, co pozwala na zmniejszenie wartości pojemności i indukcyjności filtra wejściowego, a tym samym gabarytów i kosztu urządzenia, przy niezmiennych tętnieniach prądu i napięcia sieci trakcyjnej. Jednak istotne zmniejszenie wartości pojemności kondensatora filtra może być niedopusz-

czalne między innymi z powodu konieczności zapewnienia warunków stabilnej pracy trakcyjnego układu napędowego. W pracach [3, 7] do badań warunków stabilnej pracy układu napędowego wykorzystano pierwszą (pośrednią) metodę Lapunowa, bazującą na linearyzacji układu w punkcie równowagi. W niniejszym artykule zaproponowano wykorzystanie bardziej ogólnej, bezpośredniej metody Lapunowa. Metoda ta pozwala określić warunki oraz obszar stabilnej pracy, co jest istotne w specyficznych stanach pracy napędu trakcyjnego, na przykład podczas przejazdu przez przerwy sekcyjne.

2. Wybrane wyniki badań laboratoryjnych

Poniżej przedstawiono niektóre wyniki badań laboratoryjnego układu napędu trakcyjnego, dotyczących warunków stabilnej pracy, uzyskane w ramach badań stabilności napędu na podstawie pierwszej metody Lapunowa. Schemat laboratoryjnego układu napędowego z impulsowym sterowaniem silnika trakcyjnego lokomotywy Ld 31 o danych znamionowych $P_n = 41,5 \text{ kW}$, $U_n = 250 \text{ V}$, $I_n = 205 \text{ A}$, $n_n = 1080 \text{ obr/min}$ zamieszczono na rysunku 1. Silnik zabudowany jest na wspólnym wale z prądnicą obcowzbudną i sterowany poprzez

przekształtnik impulsowy z inteligentnym modulem mocy PM200DSA060 ($I_C = 200\text{A}$, $U_{CE} = 600\text{V}$). Układ sterowania US wyposażony jest w regulator prędkości i regulator prądu.

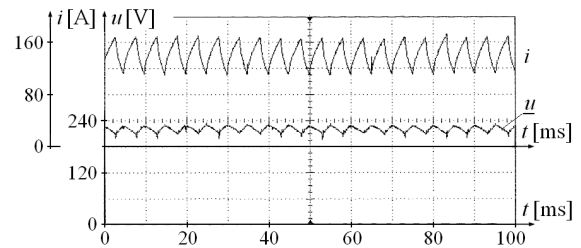


Rys. 1. Schemat laboratoryjnego układu impulsowego sterowania silnikiem

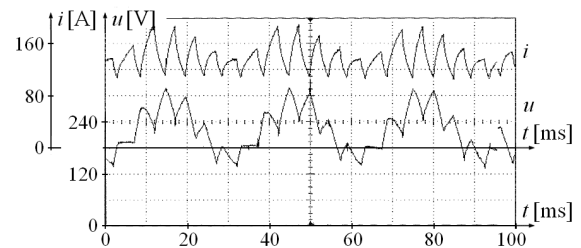
Na rysunkach 2 i 3 zamieszczono oscylogramy z przebiegami napięcia kondensatora filtru (dolny przebieg) i prądu silnika trakcyjnego dla dwóch różnych wartości pojemności kondensatora filtru, przy niezmiennych pozostałych parametrach układu i przy takiej samej średniej wartości prądu obciążenia $I_0 = 150\text{A}$. W przypadku, gdy pojemność kondensatora filtru $C = 10,6\text{mF}$ (rys. 2), w przebiegu napięcia kondensatora pojawiają się wahania napięcia wywołane impulsową pracą przekształtnika o częstotliwości 200Hz . Przy zbyt małej wartości pojemności kondensatora ($6,6\text{mF}$) w układzie wystąpiły nietłumione oscylacje napięcia kondensatora filtru (rys. 3).

Na uwagę zasługują zjawiska specyficzne dla obwodów nieliniowych, to jest wpływ wartości napięcia zasilania i rezystancji (jej wzrostu) na warunki stabilnej pracy układu. Oscylogramy zamieszczone na rysunkach 4 i 5 uzyskano dla dwóch różnych wartości dodatkowych rezystancji włączonych szeregowo z rezystancją R (rys. 1) $R_d = 0$ (rys. 4) i $R_d = 0,5\Omega$ (rys. 5), przy niezmiennych pozostałych parametrach obwodu. Wzrost rezystancji spowodował istotny wzrost amplitudy oscylacji.

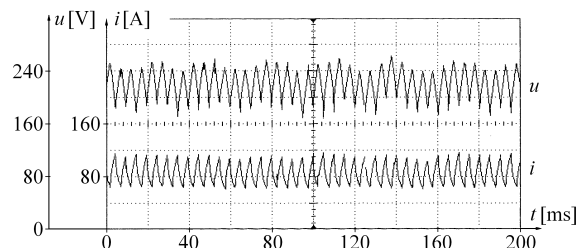
Również zmiana wartości napięcia zasilania może być przyczyną niestabilnej pracy napędu. Przykładowe przebiegi napięcia kondensatora filtru dla napięć zasilania 240V i 200V przedstawiono na rysunkach 6 i 7, przy ustalonych pozostałych parametrach układu ($C = 6,6\text{mF}$, $L = 5,5\text{mH}$, $R = 0,1\Omega$). Średnie wartości prądu ($I = 100\text{A}$) oraz napięcia silnika ($U_s = 95\text{V}$) w obu przypadkach były takie same. Zmniejszenie wartości napięcia źródła zasilania o 40V spowodowało pojawienie się nietłumionych oscylacji o znacznej wartości około 120V .



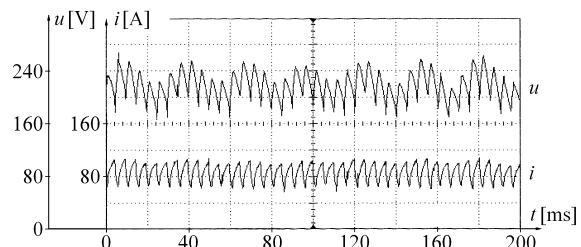
Rys. 2. Przebiegi napięcia kondensatora filtru i prądu silnika ($C = 10,6\text{mF}$)



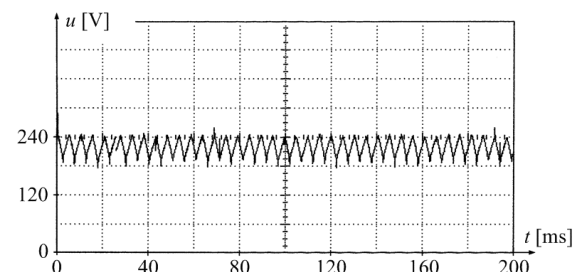
Rys. 3. Przebiegi napięcia kondensatora filtru i prądu silnika ($C = 6,6\text{mF}$)



Rys. 4. Przebiegi napięcia kondensatora filtru i prądu silnika ($R_d = 0$)



Rys. 5. Przebiegi napięcia kondensatora filtru i prądu silnika ($R_d = 0,5\Omega$)

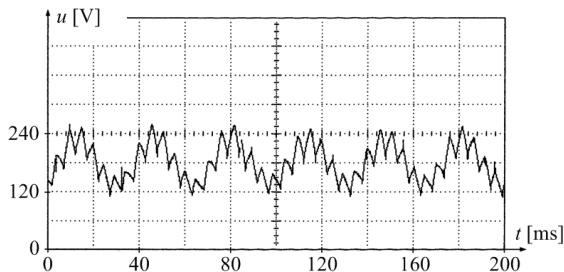


Rys. 6. Przebieg napięcia kondensatora filtru dla $E = 240\text{V}$

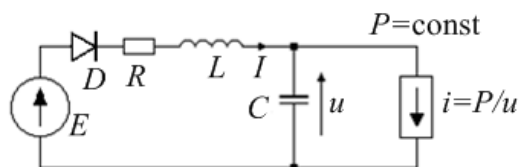
3. Analiza warunków stabilnej pracy bezpośrednią metodą Lapunowa

Podobnie jak przy pierwszej metodzie Lapunowa, do analizy przyjęto uproszczony schemat

zastępczy dla najprostszego systemu trakcyjnego (rys. 8), uwzględniającego filtr wejściowy pojazdu, układ napędowy pojazdu wraz z przekształtnikiem, sieć trakcyjną oraz podstację trakcyjną. Taki model systemu trakcyjnego wykorzystywany jest do analizy stabilności w wielu publikacjach [1, 2, 6, 8].



Rys. 7. Przebieg napięcia kondensatora filtra dla $E = 200 \text{ V}$



Rys. 8. Schemat zastępczy układu

Źródło napięcia z diodą modeluje podstację trakcyjną, elementy R , C i L są zastępczymi parametrami źródła zasilania, sieci trakcyjnej oraz filtra wejściowego pojazdu. Źródło prądowe modeluje obciążenie pojazdu w ustalonym stanie pracy przy stałym momencie obciążenia i stałej prędkości kątowej, a więc przy stałej mocy P , niezależnie od wartości napięcia na kondensatorze C .

Równanie opisujące przebiegi napięcia kondensatora filtra $u(t)$ dla stanu pracy silnikowej napędu ma postać:

$$\frac{d^2 u}{dt^2} = \frac{1}{LC} \left[E - \left(RC - \frac{LP}{u^2} \right) \frac{du}{dt} - u - R \frac{P}{u} \right]. \quad (1)$$

Do wyznaczenia funkcji Lapunowa powyższego układu można skorzystać z równania Liénarda [5, 9]

$$\frac{d^2 u}{dt^2} + f(u) \frac{du}{dt} + g(u) = 0. \quad (2)$$

Podstawiając $x_1 = x = u$, $x_2 = \dot{x}$ równanie (2) można zapisać w postaci układu równań pierwszego stopnia:

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= \dot{x} = x_2 \\ \dot{x}_2 &= \ddot{x} = -g(x) - \dot{x}f(x) = g(x_1) - x_2 f(x_1) \end{aligned} \quad (3)$$

lub po przekształceniach

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= \dot{x} = x_2 - F(x) = x_2 - F(x_1) \\ \dot{x}_2 &= \ddot{x} + \dot{x}f(x) = -g(x) = -g(x_1), \end{aligned} \quad (4)$$

przy czym

$$F(x) = \int_0^x f(y) dy. \quad (5)$$

W takim przypadku przewidywana funkcja Lapunowa ma postać [5, 9]:

$$V(x_1, x_2) = \frac{1}{2} x_2^2 + G(x_1), \quad (6)$$

gdzie

$$G(x_1) = \int_0^{x_1} g(y) dy. \quad (7)$$

W celu wyznaczenia funkcji Lapunowa prezentowanego układu (rys. 8) zastosowano algorytm postępowania przedstawiony w pracy [5]. Na podstawie schematu (rys. 8) można stwierdzić, że

$$\dot{u} = \frac{1}{C} \left(I - \frac{P}{u} \right) \text{ oraz } \dot{I} = \frac{E - u - RI}{L}. \quad (8)$$

W punktach równowagi (krytycznych) pochodne napięcia kondensatora C i prądu indukcyjności L są równe zero. Współrzędne tych punktów można wyznaczyć z zależności:

$$E - u - R \frac{P}{u} = 0 \text{ i } I = \frac{P}{u}. \quad (9)$$

W wyniku obliczeń otrzymuje się współrzędne dwóch punktów równowagi:

$$u_1 = u_0 = \frac{E + \sqrt{E^2 - 4RP}}{2}, \quad I_1 = I_0 = \frac{P}{u_0} \quad (10)$$

oraz

$$u_2 = \frac{E - \sqrt{E^2 - 4RP}}{2}, \quad I_2 = \frac{P}{u_2}. \quad (11)$$

Przykładowo dla danych $E = 250 \text{ V}$, $R = 0,1 \Omega$, $P = 100 \text{ kW}$ współrzędne punktów równowagi wynoszą $u_1 = u_0 = 200 \text{ V}$, $I_1 = I_0 = 500 \text{ A}$ oraz $u_2 = 50 \text{ V}$, $I_2 = 2000 \text{ A}$. Z uwagi na dopuszczalne wartości prądów w kopalnianej sieci trakcyjnej istotne znaczenie ma punkt równowagi o współrzędnych u_0, I_0 . Drugi punkt równowagi może mieć znaczenie w awaryjnych stanach pracy systemu trakcyjnego, na przykład przy nadmiernym wzroście rezystancji dolnej sieci trakcyjnej.

Dobierając nowy układ współrzędnych y_1, y_2 tak, aby początek układu znajdował się w punkcie równowagi (u_0, I_0) , to znaczy

$$y_1 = u - u_0 \quad (12)$$

$$y_2 = I - I_0 = I - \frac{P}{u_0} \quad (13)$$

i uwzględniając zależności (8), uzyskuje się pochodne funkcji y_1 i y_2 o postaci:

$$\dot{y}_1 = \frac{y_2}{C} - \frac{1}{C} \left(\frac{P}{y_1 + u_0} - \frac{P}{u_0} \right) \quad (14)$$

$$\dot{y}_2 = \frac{-(u - u_0)}{L} - \frac{R}{L} \left(I - \frac{P}{u_0} \right) = -\frac{y_1}{L} - \frac{R}{L} y_2 \quad (15)$$

Kolejne przekształcenie liniowe [5] umożliwia sprowadzenie równań (14) i (15) do znanej w literaturze postaci, opisującej oscylator Li-énarda:

$$\begin{aligned} x_1 &= y_1 \\ x_2 &= \frac{R}{L} y_1 + \frac{1}{C} y_2 \end{aligned} \quad (16)$$

Po przekształceniu drugiego równania (16):

$$\frac{y_2}{C} = x_2 - \frac{R}{L} y_1 = x_2 - \frac{R}{L} x_1. \quad (17)$$

Pochodna funkcji x_1 równa się

$$\dot{x}_1 = x_2 - \left[\frac{R}{L} x_1 + \frac{1}{C} \left(\frac{P}{x_1 + u_0} - \frac{P}{u_0} \right) \right] \quad (18)$$

Pochodną funkcji x_2 można wyznaczyć następująco

$$\begin{aligned} \dot{x}_2 &= \frac{R}{L} \left[\frac{y_2}{C} - \frac{1}{C} \left(\frac{P}{y_1 + u_0} - \frac{P}{u_0} \right) \right] \\ &+ \frac{1}{C} \left(-\frac{y_1}{L} - \frac{R}{L} y_2 \right) = \\ &= - \left[\frac{x_1}{LC} + \frac{R}{LC} \left(\frac{P}{x_1 + u_0} - \frac{P}{u_0} \right) \right] \end{aligned} \quad (19)$$

Wprowadzając oznaczenia

$$F(x_1) = \frac{R}{L} x_1 + \frac{1}{C} \left(\frac{P}{x_1 + u_0} - \frac{P}{u_0} \right) \quad (20)$$

oraz

$$g(x_1) = \frac{x_1}{LC} + \frac{R}{LC} \left(\frac{P}{x_1 + u_0} - \frac{P}{u_0} \right) \quad (21)$$

otrzymuje się równania opisujące oscylator Li-énarda [5, 9]

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= \dot{x} = x_2 - F(x) = x_2 - F(x_1) \\ \dot{x}_2 &= \dot{x} + \dot{x}f(x) = -g(x) = -g(x_1) \end{aligned} \quad (22)$$

Przewidywana funkcja Lapunowa ma postać

$$V(x_1, x_2) = \frac{1}{2} x_2^2 + G(x_1), \quad (23)$$

gdzie

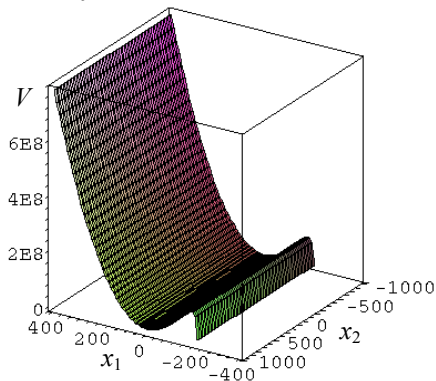
$$G(x_1) = \frac{1}{LC} \int_0^{x_1} \left[t + RP \left(\frac{1}{t + u_0} - \frac{1}{u_0} \right) \right] dt =$$

$$\begin{aligned} &\frac{1}{LC} \left[\frac{t^2}{2} - \frac{RP}{u_0} t + RP \ln(t + u_0) \right]_0^{x_1} = \\ &\frac{1}{LC} \left\{ \frac{x_1^2}{2} - \frac{RPx_1}{u_0} + RP [\ln(x_1 + u_0) - \ln u_0] \right\} \\ G(x_1) &= \frac{1}{LC} \left(\frac{x_1^2}{2} - \frac{RPx_1}{u_0} + RP \ln \frac{x_1 + u_0}{u_0} \right) \end{aligned} \quad (24)$$

Po uwzględnieniu zależności (24) funkcja Lapunowa może być zapisana jako:

$$V(x_1, x_2) = \frac{x_2^2}{2} + \frac{x_1^2}{2LC} - \frac{RPx_1}{LCu_0} + \frac{RP}{LC} \ln \frac{x_1 + u_0}{u_0} \quad (25)$$

Przykładowy wykres funkcji $V(x_1, x_2)$ dla następujących wartości parametrów: $L = 2,5$ mF, $C = 38$ mF, $P = 70$ kW, $R = 0,1$ Ω , $E = 250$ V podano na rysunku 9.



Rys. 9. Wykres funkcji $V(x_1, x_2)$

Funkcja $V(x_1, x_2)$ jest dodatnio określona, jeśli jest spełniony warunek [5]:

$$0 < G(x_1) = \frac{1}{LC} \left(\frac{x_1^2}{2} - \frac{RPx_1}{u_0} + RP \ln \frac{x_1 + u_0}{u_0} \right) \quad (26)$$

W celu wyznaczenia zakresu zmian zmiennej x_1 , dla której funkcja $G(x_1)$ jest dodatnia, obliczono pochodną tej funkcji

$$\begin{aligned} \dot{G}(x_1) &= \frac{1}{LC} \left(x_1 - \frac{RP}{u_0} + \frac{RP}{x_1 + u_0} \right) = \\ &= \frac{x_1 [x_1 u_0 + (u_0^2 - RP)]}{LCu_0 (x_1 + u_0)} \end{aligned} \quad (27)$$

Wartości zmiennej x_1 , dla których funkcja $G(x_1)$ osiąga ekstremalne wartości, wynoszą:

$$x_{11} = 0 \quad \text{lub} \quad x_{12} = \frac{RP - u_0^2}{u_0}. \quad (28)$$

A zatem $G(x_1) > 0$ gdy

$$x \in \left(\frac{RP - u_0^2}{u_0}, +\infty \right). \quad (29)$$

Dodatkowo pochodna funkcji Lapunowa powinna być ujemna

$$\dot{V}(x_1, x_2) = g(x_1)F(x_1) \leq 0, \quad (30)$$

czyli

$$\left(\frac{x_1}{LC} + \frac{R}{LC} A \right) \left(\frac{R}{L} x_1 + \frac{1}{C} A \right) \leq 0, \quad (31)$$

przy czym

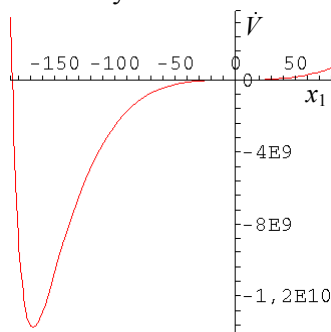
$$A = \frac{P}{x_1 + u_0} - \frac{P}{u_0}.$$

Funkcja $g(x_1)F(x_1)$ przyjmuje wartości zerowe

dla $x_{11} = \frac{RP - u_0^2}{u_0}$, $x_{12} = -\frac{RCu_0^2 - PL}{RCu_0}$ oraz

$$x_{13} = x_{14} = 0.$$

Przykładowy wykres funkcji $\dot{V}(x_1, x_2)$ dla parametrów podanych przy opisie rysunku 9 przedstawiono na rysunku 11.



Rys. 10. Wykres funkcji $\dot{V}(x_1, x_2)$

Dla pośredniej wartości zmiennej x_1 z przedziału wyznaczonego wartościami x_{11} i x_{12} , na przykład:

$$x = \frac{x_{11} + x_{12}}{2} = -u_0 + \frac{RP}{2u_0} \left(1 + \frac{L}{R^2 C} \right) \quad (32)$$

wartość iloczynu funkcji

$$g * F = -\frac{(-2RCu_0^2 + PR^2C + PL)^2 (R^2C - L)^2}{4RC^3 u_0^2 L^2 (R^2C + L)^2} \quad (33)$$

jest ujemna. Ponieważ wartość x_{11} jest mniejsza od wartości x_{12} ($x_{11} - x_{12} = -\sqrt{E^2 - 4RP}$), to jeśli x_{12} spełnia warunek

$$\frac{RCu_0^2 - PL}{RCu_0} > 0 \quad (34)$$

to funkcja $V(x_1, x_2)$ jest funkcją Lapunowa dla układu równań (8).

Minimalna wartość pojemności kondensatora

filtru C_{\min} konieczna do zapewnienia stabilnej pracy układu powinna być większa niż

$$C > \frac{PL}{Ru_0^2}.$$

Uwzględniając wzór (10) otrzymuje się:

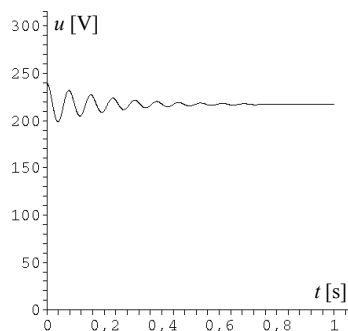
$$C > \frac{2PL}{R(E^2 + E\sqrt{E^2 - 4RP})}. \quad (35)$$

Zatem stabilna praca napędowego układu trakcyjnego sterowanego impulsowo zależna jest między innymi od mocy układu, sumarycznej indukcyjności dławika filtru i sieci trakcyjnej, sumarycznej rezystancji źródła zasilania i sieci trakcyjnej oraz od wartości napięcia źródła zasilania sieci trakcyjnej.

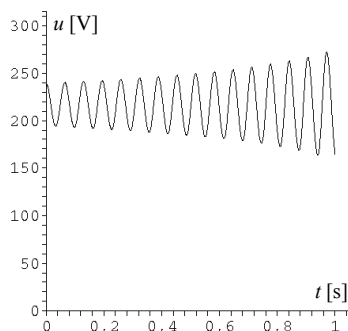
4. Badania symulacyjne

Do obliczeń i badań symulacyjnych wpływu parametrów systemu trakcyjnego i stanów pracy układu napędowego na warunki stabilnej pracy wykorzystano program obliczeń symbolicznych Maple. Zgodnie z zależnością (35), zbyt mała wartość pojemności kondensatora filtru wejściowego może być przyczyną oscylacji w układzie napędowym. Potwierdzają to uzyskane w wyniku obliczeń przebiegi napięcia kondensatora filtru dla wartości pojemności większej ($C = 50$ mF) i mniejszej ($C = 36$ mF) od pojemności minimalnej ($C_{\min} = 36,87$ mF) wyznaczonej z zależności (35) przy tych samych pozostałych parametrach układu ($P = 70$ kW, $E = 250$ V, $L = 2,5$ mH, $R = 0,1$ Ω) i początkowej wartości napięcia na kondensatorze równej $u_{C0} = 240$ V, zamieszczone na rysunkach 11 i 12.

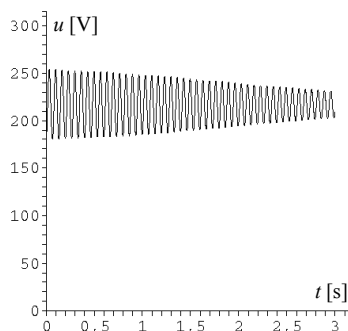
Charakterystyczną cechą układów nieliniowych jest zależność warunków stabilnej pracy od warunków początkowych. Na rysunkach 13 i 14 przedstawiono przebiegi napięcia kondensatora filtru przy tych samych parametrach układu i przy zmianie warunku początkowego u_{C0} z wartości 180 V na 170 V, a na rysunku 15 - przebieg tego napięcia dla $u_{C0} = 170$ V i pojemności kondensatora filtru zwiększonej z 38 mF na 39 mF. Zwiększenie pojemności spowodowało zmianę charakteru przebiegu. A zatem dobór wartości pojemności kondensatora filtru wymaga uwzględnienia nie tylko wartości parametrów układu, ale również warunków pracy napędu związanych z wartością początkową napięcia na kondensatorze filtru, co jest istotne na przykład przy przejeździe pojazdu przez przerwy sekcyjne.



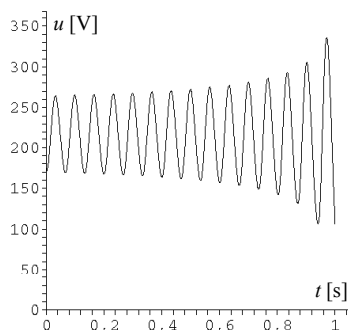
Rys. 11. Przebieg napięcia kondensatora filtru ($C = 50 \text{ mF}$)



Rys. 12. Przebieg napięcia kondensatora filtru ($C = 36 \text{ mF}$)



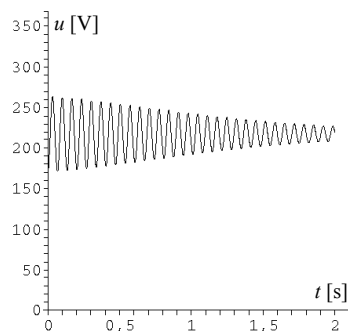
Rys. 13. Przebieg napięcia kondensatora filtru ($u_{c0} = 180 \text{ V}$, $C = 38 \text{ mF}$)



Rys. 14. Przebieg napięcia kondensatora filtru ($u_{c0} = 170 \text{ V}$, $C = 38 \text{ mF}$)

5. Literatura

[1]. Bae B-H., Cho B-H., Sul S-K.: *Damping control strategy for vector controlled traction drives*. Proc. of EPE 2001, Graz.



Rys. 15. Przebieg napięcia kondensatora filtru ($u_{c0} = 170 \text{ V}$, $C = 39 \text{ mF}$)

[2]. Carpita M., Zueger H., Pellerin M., Stefanutti P.: *Transformer used as a DC link filter inductance in DC high power traction applications*. Proc. of EPE 2005, Dresden.

[3]. Dudek R., Kosiorowski S., Stobiecki A.: *Stany przejściowe w filtrach wejściowych napędów trakcyjnych sterowanych impulsowo przy pracy silnikowej i prądnicowej*. Zeszyty Problemowe Maszyny Elektryczne nr 80, 2008, wyd. BOBRME KOMEL, s. 113-118.

[4]. Dudek R., Kosiorowski S., Żuchowicz M.: *Doświadczenia eksploatacyjne tyrystorowych układów sterowania lokomotyw kopalnianych*. Mat. konf. MET 1995, Warszawa, s. 57-62.

[5]. Grabowski P.: *Nonlinear control systems*. www.ia.agh.edu.pl/~pgrab/grabowski_files/nonlinear/nonlinear.xml (luty 2012).

[6]. Karwowski K., Skibicki J.: *Analiza stabilności pracy sieciowych pojazdów z napędem energoelektronicznym*. Mat. konf. SEMTRAK 2004, Kraków – Zakopane, s. 223-230.

[7]. Kosiorowski S., Stobiecki A.: *Analiza stabilności przekształtnikowych napędów trakcyjnych*. Przegląd Elektrotechniczny 2009, nr 6, s. 50-53

[8]. Mosskull H.: *Stabilization of an induction motor drive with resonant input filter*. Proc. of EPE 2005, Dresden.

[9]. Struble R.A.: *Równania różniczkowe nieliniowe*. PWN, Warszawa 1965.

Autorzy

dr inż. Andrzej Stobiecki, Akademia Górniczo-Hutnicza, Katedra Automatyki Napędu i Urządzeń Przemysłowych, email: astob@agh.edu.pl (70%)

dr inż. Roman Dudek, Akademia Górniczo-Hutnicza, Katedra Automatyki Napędu i Urządzeń Przemysłowych, email: dudek@agh.edu.pl (30%)

Informacje dodatkowe

Badania, których wyniki zostały zaprezentowane w niniejszym artykule, wykonano w ramach pracy statutowej 11.11.120.775.