

Tomasz Drabek, Andrzej Matras, Jerzy Skwarczyński
AGH Akademia Górniczo-Hutnicza, Kraków

WYKORZYSTANIE FUNKCJI JEDNOSTKOWEJ PRZEWODNOŚCI MAGNETYCZNEJ SZCZELINY DO OKREŚLANIA MOMENTÓW ZACZEPOWYCH W MASZYNACH Z MAGNESAMI TRWAŁYMI

THE USE OF MAGNETIC PERMEANCE FUNCTION TO DETERMINE THE COGGING TORQUE IN PERMANENT MAGNET MACHINES

Streszczenie: W artykule przedstawiono fizyczny mechanizm generacji sił i momentów zaczepowych, ilustrowany wynikami obliczeń MES. Na podstawie obliczeń MES stwierdzono, że momenty zaczepowe są wywołane zmianami koenergii pola magnetycznego w rejonach zakończeń powłokowych magnesów trwałych, jakie towarzyszą obrotowi wirnika, a ściślej – nierównoważeniu się pochodnych tych zmian przy zakończeniu zbiegającym i nadbiegającym magnesu. W artykule przedstawiono możliwości i ograniczenia w stosowaniu funkcji jednostkowej przewodności magnetycznej szczeliny powietrznej (FJPMS) do określania momentów zaczepowych w maszynach z powłokowymi magnesami trwałymi. Zagadnienie to związane jest z szerszym problemem stosowalności FJPMS do obliczania lokalnych wartości pola magnetycznego w szczelinie maszyny. Obliczenia z użyciem FJPMS przeprowadzono dla 4-biegunowego silnika z magnesami powłokowymi.

Abstract: This paper presents the physical mechanism of generation of force and cogging torque, illustrated by the results of FEM calculations. Based on FEM calculations, it was found that the cogging moments are caused by changes in the magnetic field coenergy in ending areas of coating (surface mounted) permanent magnets, which are accompanied by rotation of the rotor, or more precisely - imbalance the derivatives of these changes at the falling and using of permanent magnet. The paper presents the possibilities and limitations in the use of the permeability of the air gap to determine the cogging torque of machines with coating permanent magnets. This problem is related to the problem of the applicability of a wider permeability to calculate the local magnetic field in the air-gap of the machine. Calculations were carried out using permeability for a 4-pole motor with coating magnets.

Słowa kluczowe: maszyny elektryczne z magnesami trwałymi, momenty zaczepowe

Keywords: permanent magnet electric machine, cogging torque

1. Wstęp

Moment zaczepowy w maszynach elektrycznych wirujących jest to moment wytwarzany przez pole magnetyczne magnesów trwałych, w stanie bezprądowym uzwojeń. Moment taki może pochodzić od towarzyszącej obrotowi wirnika zmiany reluktancji obwodu magnetycznego dla siły magnetomotorycznej magnesów trwałych [2], ale może też pojawić się w warunkach, w których taka zmiana nie występuje. Generalnie, moment zaczepowy jest niepożądaną składową momentu wytwarzanego przez maszynę i dąży się do jego zminimalizowania. Wpływ momentu zaczepowego jest szczególnie zauważalny w maszynach z magnesami typu powłokowego i dalsze rozważania dotyczyć będą takich właśnie konstrukcji, a w szczególności maszyn z cylindrycznym użłobkowanym stojanem oraz gładkim cylindrycznym wirnikiem, na powierzchni którego usytuowane są magnesy. Jeśli przyjąć, że moment zaczepowy

jest pochodzenia reluktancyjnego, udział w jego tworzeniu mają zęby stojana. Można stąd domniemywać, że moment zaczepowy będzie minimalny, jeśli rozpiętość obwodowa (kąt łuku β) magnesu będzie wielokrotnością podziałki zębowej stojana. Tak jednak, jak wiadomo, nie jest i wg [2] minimalny moment zaczepowy dla magnesów powłokowych magnesowanych promieniowo uzyskuje się w warunkach:

$$\beta = (n+0,17)\tau_s, \text{ gdzie } \tau_s = \frac{2\pi}{Z_s} - \text{podziałka zębowa, } Z_s - \text{liczba zębów stojana, } n = \text{int}\left(\frac{\beta}{\tau_s}\right).$$

Perspektywę uzasadnienia tej zależności stwarzało zastosowanie przy formułowaniu modelu matematycznego maszyny z magnesami trwałymi funkcji jednostkowej przewodności ma-

gnetycznej szczeliny (FJPMS) ¹, w której uwzględniono użłobkowanie stojana. W artykule przedstawiono rezultaty podjętych w tym kierunku badań.

2. Pochodzenie sił i momentów zaczepowych

Momenty zaczepowe są wywołane zmianami koenergii w rejonach obwodowych zakończeń magnesów trwałych, jakie towarzyszą obrotowi wirnika, a ściślej nierównoważeniu się pochodnych tych zmian przy zakończeniu zbiegającym i nadbiegającym. W modelu matematycznym maszyny wzbudzonej magnesami trwałymi, magnes o prostoliniowej charakterystyce odmagnesowania może być reprezentowany pojedynczym zwojem z wymuszeniem prądowym wartości $H_C l_m$, usytuowanym zamiast magnesu w szczelinie powietrznej, której przypisuje się FJPMS [1,3,4]. Konsekwentnie, koenergia magnetyczna w stanie bezprądowym twornika, pomijając koenergię w rdzeniu, może być wyrażona za pomocą strumienia ψ_w wytwarzanego i sprzężonego z obwodem reprezentującym magnesy:

$$W'_{mw} = \int_0^{i_w} \psi_w(i_w, \varphi) di_w' = \quad (1)$$

$$\frac{1}{2} i_w \cdot \psi_w(i_w, \varphi) = \frac{1}{2} (H_C l_m) \cdot \psi_w(\varphi)$$

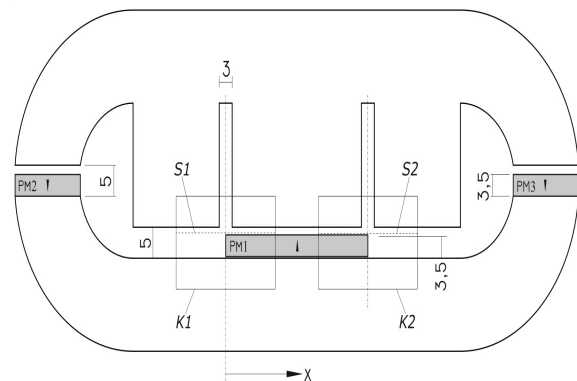
Strumień ψ_w może być obliczony ze wzoru:

$$\psi_w(\varphi) = 2pRl_{Fe} \int_0^{\tau_p} B_{gr}(\alpha, \varphi) d\alpha \quad (2)$$

w którym $B_{gr}(\alpha, \varphi)$ oznacza rozkład indukcji wzdłuż obwodu szczeliny, zależny od położenia wirnika.

Jeżeli wzór (1) ma być wykorzystany do obliczenia momentu działającego na magnes przesuwany się pod poszczególnymi otwarciami żłobków można zauważyć, że różna od zera będzie pochodna tylko tej części koenergii, która zgromadzona jest w obrębie podziałek żłobkowych obejmujących obwodowe końce ma-

gnesu. Uwzględniając to, prosty model obwodu magnetycznego, w którym powstają siły zaczepowe można przedstawić, jak na rysunku 1.



Rys. 1. Obwód magnetyczny do obliczeń sił zaczepowych

Obwód składa się z dwóch rdzeni ferromagnetycznych oddzielonych szczeliną powietrzną, w której usytuowane są magnesy trwałe PM. Magnesy PM2 i PM3 są nieruchome, magnes PM1 może się przemieszczać, a jego położenie względem osi lewego wycięcia („żłobka”) opisuje współrzędna x . Długość magnesu PM1 jest równa odstępowi pomiędzy osiami wycięć.

Siła działająca na magnes F_m jest pochodną względem współrzędnej x koenergii magnetycznej zgromadzonej w obwodzie. Łatwo można przewidzieć, że zmiany koenergii koncentrować się będą wokół końców magnesu, dlatego siła działająca na magnes może być traktowana jako suma sił działających na końce magnesu lewy F_{K1} i prawy F_{K2} :

$$F_{mK} = F_{K1} + F_{K2} \quad (3)$$

przy czym:

$$F_{K1} = \frac{\partial W'_{mK1}}{\partial x}; \quad F_{K2} = \frac{\partial W'_{mK2}}{\partial x} \quad (4)$$

Symbolami W'_{mK1} , W'_{mK2} we wzorach (4) oznaczono koenergię zmagazynowaną w prostokątach, których ślady w płaszczyźnie rysunku 1 zaznaczono konturami odpowiednio K1 oraz K2. Położenie i wymiary konturów dobrano w taki sposób, aby zmiany koenergii towarzyszące przemieszczaniu magnesu PM1, w obszarze poza konturami były pomijalnie małe w porównaniu ze zmianami w obszarze objętym przez każdy z konturów.

Oczywiście, efekt powstawania siły zaczepowej w modelu wg rys.1 występuje w przedziale przesunięć x ograniczonym zanikiem równo-

¹ FJPMS jest odwrotnością tzw. szczeliny zastępczej, pomnożoną przez przenikalność magnetyczną szczeliny [1]. Wyznaczana jest z rozkładu pola magnetycznego w szczelinie w warunkach stałej różnicy magnetycznego potencjału skalarnego między brzegami szczeliny. Uwzględnia geometrię brzegów szczeliny.

czesnych obustronnych zmian koenergii wokół otwarcia żłobków.

Wykorzystując do obliczenia siły działającej na magnes PM1 obwodową reprezentację magnesu trwałego i wzór (1) należy wyznaczyć strumień sprzężony z obwodem reprezentującym magnes. Jeśli celem obliczeń ma być wyznaczenie pochodnej koenergii W'_{mw} względem współrzędnej x , strumień może być wynikiem całkowania indukcji jedynie po powierzchniach, których ślady w płaszczyźnie rysunku oznaczono odciękami linii przerywanej S1 i S2, ponieważ strumień przechodzący przez powierzchnię zawartą pomiędzy S1 i S2 nie ulega zmianom przy przemieszczaniu magnesu. Podobnie jak wyżej, otrzyma się w ten sposób siłę działającą na lewy i prawy koniec magnesu PM1. Oznaczając je dla odróżnienia odpowiednio F_{S1} i F_{S2} siła działająca na magnes F_{mm} wyniesie :

$$F_{mS} = F_{S1} + F_{S2} = \frac{\partial W'_{mS1}}{\partial x} + \frac{\partial W'_{mS2}}{\partial x} \quad (5)$$

$$= \frac{1}{2} (H_C l_m) \left\{ \frac{\partial \psi_{S1}(x)}{\partial x} + \frac{\partial \psi_{S2}(x)}{\partial x} \right\}$$

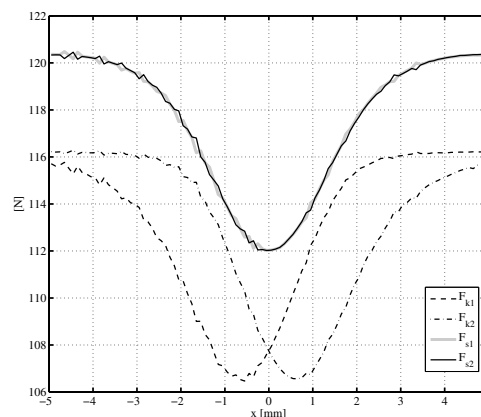
Ten sposób obliczania siły, w porównaniu z zastosowaniem FJPMS i reprezentacji smm magnesu pojedynczym zwojem, będzie oparty na lepszym odwzorowaniu gęstości strumienia w rejonie końców magnesu. Dlatego wykorzystując FJPMS należy się spodziewać dodatkowych błędów, wynikających z wnoszonych uproszczeń.

Obliczenia wartości strumieni i sił dla obwodu z rysunku 1 wykonano MES korzystając z pakietu FEMM. Rezultaty obliczeń przedstawiono na rysunkach 2 i 3. Wartości dotyczą grubości rdzenia stalowego $l_{Fe} = 0,1m$.

Siły F_{mK} oraz F_{mS} , wyznaczone jako sumy sił działających na końce magnesu wg (3) i (5), porównano z wartością F_m , obliczaną przez program FEMM jako „Force via Weighted Stress Tensor”, działającą na magnes PM1 (rys.3).

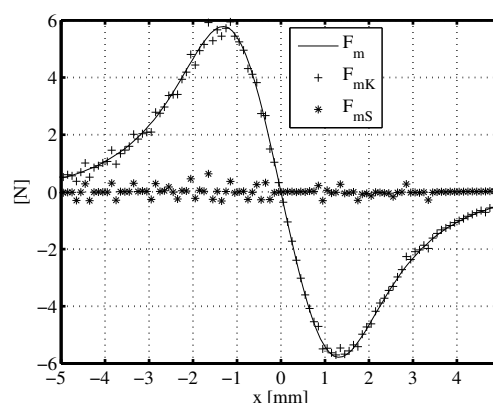
Przedstawione rezultaty obliczeń wykazały poprawność obliczeń siły działającej na końce magnesu jako pochodnej koenergii obszaru i błąd metody obliczeń koenergii ze strumienia sprzężonego z obwodem reprezentującym magnes. Siła działająca na magnes wynika przede wszystkim z przesunięcia ekstremów sił F_{K1} i F_{K2} , przedstawionych na rysunku 2, a także, w mniejszym stopniu, z odmiennego kształtu

krzywych. Natomiast siły $(-F_{S1})$ i F_{S2} praktycznie się pokrywają, co skutkuje zerowaniem sumy.



Rys. 2. Siły działające na końce magnesu

F_{k1} , F_{S1} (na koniec lewy) – ze znakiem przeciwnym



Rys. 3. Porównanie wyznaczonych różnymi metodami sił działających na magnes PM1 jako funkcji położenia magnesu x (obliczone programem FEMM)

Zwraca przy tym uwagę fakt, że bezwzględne wartości sił działających na końce magnesu są prawie dwudziestokrotnie większe od różnicy tych sił. Natomiast wartości sił w odpowiadających sobie parach: F_{K1} i F_{S1} oraz F_{K2} i F_{S2} są zbliżone. Względna wartość błędów nie przekracza w rozpatrywanym przedziale 7%.

Mając świadomość ograniczonego zakresu zastosowań FJPMS, próbowano wykorzystać tę funkcję do wyznaczenia w konkretnej maszynie z powłokowymi magnesami trwałymi² przebiegów momentu zaczepowego w funkcji kąta

² W badanej maszynie producent zastosował magnesy o rozpiętości obwodowej $61,6^\circ$, a więc $6,16\tau_s$.

położenia wirnika φ , dla różnych rozpiętości kątowych magnesu β (przy zachowaniu niezmiennych wszystkich pozostałych wymiarów maszyny i wysokości magnesów).

Moment elektromagnetyczny liczono jako pochodną koenergii pola magnetycznego, zgromadzonej zarówno w magnesach, jak i w szczelinie powietrznej, wg wyrażen:

$$T_{em} = \frac{\partial(W'_{mm} + W'_{mo})}{\partial\varphi} \cong \frac{W'_{mm}(\varphi + \Delta\varphi) + W'_{mo}(\varphi)}{\Delta\varphi} \quad (6)$$

gdzie: W'_{mm} – koenergia zgromadzona w magnesach maszyny,

W'_{mo} – koenergia zgromadzona w szczelinie powietrznej maszyny.

$\Delta\varphi$ – zmiana kąta położenia wirnika,
 $\Delta\varphi = 0,5\text{deg}$.

$$W'_{mm} = \int_{V_{mz}} \int_0^{H_m} B_m dH'_m dv = \int_{V_{mz}} 0,5 \cdot \frac{B_m^2 - B_R^2}{\mu_m} dv \quad (7)$$

gdzie: B_m – zastępcza indukcja magnetyczna panująca w zastępczej objętości magnesu, równa faktycznej indukcji na przyszczelinowej powierzchni magnesu powłokowego, a zarazem zastępcza indukcja w zastępczej szczelinie powietrznej maszyny,

B_R – indukcja remanentu magnesu,

H_m – natężenie pola magnetycznego w magnesie wg charakterystyki odmagnesowania, odpowiadające wartości B_m ,

μ_m – przenikalność magnetyczna magnesu na liniowej części charakterystyki odmagnesowania, $\mu_m = B_R / H_c$, H_c – natężenie koercji magnesu,

V_{mz} – zastępcza objętość magnesów maszyny, zależna od rzeczywistej rozpiętości kątowej magnesów β , rzeczywistej długości pakietu blach maszyny l_{Fe} i zastępczej wysokości magnesów

$$l_{mz}(\alpha - \varphi);$$

$$dv = R \cdot l_{Fe} \cdot l_{mz}(\alpha - \varphi) d\alpha,$$

$$\alpha = 0 \dots 360\text{deg}.$$

$$W'_{mo} = \int_{V_{oz}} 0,5 \cdot \frac{B_m^2}{\mu_0} dv \quad (8)$$

gdzie:

V_{oz} – objętość zastępczej szczeliny powietrznej, $dv = R \cdot l_{Fe} \cdot \delta_z(\alpha - \varphi) d\alpha$,

$\alpha = 0 \dots 360\text{deg}$,

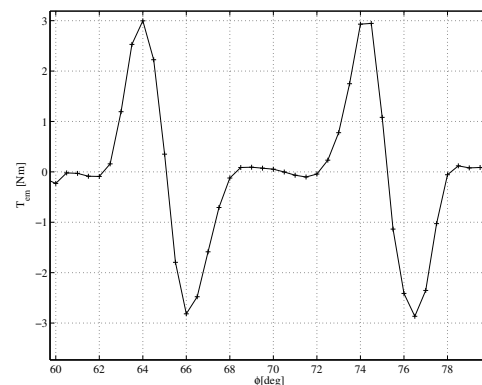
R [m] – promień, na którym wyznaczono FJPMs $\Lambda(\alpha - \varphi)$

$l_{Fe} = 0,1\text{m}$ – długość pakietu blach maszyny,

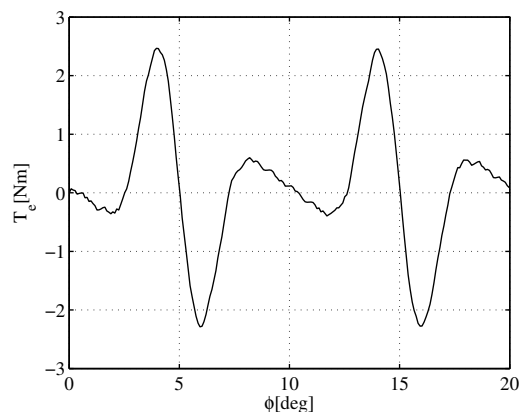
$$\delta_z(\alpha - \varphi) = \frac{\mu_0}{\Lambda(\alpha - \varphi)} - \frac{l_{mz}(\alpha - \varphi)}{\mu_{mr}}$$

– zastępcza szczelina powietrzna maszyny.

Uzyskane wyniki obliczeń dla rzeczywistej wartości $\beta = 61,6^\circ$ przedstawiono na rysunku 4.



Rys. 4. Przebieg momentu zaczepowego dla $\beta = 61,6^\circ$ w funkcji kąta położenia wirnika



Rys. 5. Przebieg momentu zaczepowego dla $\beta = 61,6^\circ$ w funkcji kąta położenia wirnika, uzyskany z obliczeń MES

Rysunek 5 przedstawia moment zaczepowy obliczony dla maszyny badanej MES 2D za pomocą tensora naprężeń Maxwella, przy obliczeniach magnetostatycznych. Szczytowa wartość momentu zaczepowego jest tu mniejsza od uzyskanej z obliczeń FJPMS o 0.7Nm, tj. o 30% w odniesieniu do momentu maksymalnego z obliczeń MES.

Porównując przebiegi momentu zaczepowego z rysunku 4 i 5 zwracają uwagę inne relacje pomiędzy lokalnymi ekstremami momentu tego samego znaku: z obliczeń FJPMS stosunek wartości lokalnego ekstremum „większego” do „mniejszego” wynosi ok.20, natomiast z obliczeń MES ok.6. Jeżeli moment wypadkowy, działający na magnes, jest różnicą dwóch, bez porównania większych momentów działających na końce magnesu, nawet niewielkie błędy w obliczeniach momentów składowych mogą powodować duże zmiany w momentach wypadkowych.

Obliczenia momentu zaczepowego metodą FJPMS przeprowadzono również dla innych rozpiętości kątowych magnesów: $\beta = 60^\circ$ oraz $\beta = 60^\circ - (61.6^\circ - 60^\circ) = 58.4^\circ$. Przebieg momentu zaczepowego w funkcji kąta położenia wirnika dla rozpiętości kątowej magnesu $\beta = 58.4^\circ$ można uznać za „lustrzane odbicie” przebiegu z rysunku 4 względem osi poziomej. Dla kąta $\beta = 60^\circ$ moment waha się w przedziale $\pm 0.03\text{Nm}$ i jest to najmniejszy uzyskany z obliczeń FJPMS zakres zmian wartości momentu zaczepowego.

Przedstawione wyniki obliczeń wskazują na zakres zastosowań metody FJPMS przy analizie momentów zaczepowych. FJPMS nie może być wykorzystana do ustalenia obwodowej długości magnesu powłokowego, zapewniającej minimum momentów zaczepowych pochodzenia reluktancyjnego. Natomiast pozwala oszacować przybliżoną wielkość i kształt przebiegu tego momentu.

3. Wnioski

Przedstawione wyniki symulacji pozwalają na wyciągnięcie następujących wniosków:

- obliczanie siły zaczepowej w oparciu o gęstość powierzchniową strumienia magnetycznego w szczelinie nie może być zastosowane do wyznaczenia optymalnej rozpiętości magnesu, ponieważ stwierdzono, że uzyskiwane wyniki nie odpowiadają w pełni rezultatom obliczeń wykonywa-

nych dokładniejszymi metodami, a uzyskiwane wnioski nie znajdują potwierdzenia w praktyce,

- wykorzystywanie FJPMS do wyznaczenia strumienia magnetycznego w procedurze (5) obliczania siły, wprowadza tylko dodatkowe błędy wynikające z koniecznych uproszczeń, natomiast nie zmienia zasady obliczeń, w związku z tym FJPMS nie może być wykorzystana do ustalenia obwodowej długości magnesu powłokowego, zapewniającej minimum momentów zaczepowych,
- wielkość i kształt momentu zaczepowego wypadkowego może być symulowana metodą FJPMS, jednak dla oceny popełnianego błędu powinny być określone momenty działające na obwodowe końce magnesu i ich wzajemne przesunięcie.

4. Literatura

- [1]. Drabek T., Matras A., Skwarczyński J., Modelowanie maszyn elektrycznych z magnesami trwałymi, Przegląd Elektrotechniczny, 83 (2007), nr 6, 95-98.
- [2]. Bernatt J., Obwody elektryczne i magnetyczne maszyn elektrycznych wzbudzanych magnesami trwałymi. BOBRME KOMEL, Katowice 2010.
- [3]. Węgiel T.: Modelowanie maszyn synchronicznych wzbudzanych magnesami trwałymi, Rozprawa doktorska, Polit. Krakowska 1997.
- [4]. Sobczyk T., Problemy modelowania matematycznego prądnic synchronicznych wzbudzanych magnesami trwałymi, Prace Instytutu Elektrotechniki, Zeszyt 231, 2007.

W pracy przedstawiono część wyników projektu badawczego p.t. „Weryfikacja pomiarowa obliczeń analitycznych maszyn elektrycznych z magnesami trwałymi”, finansowanego przez Narodowe Centrum Nauki w Krakowie, jako projekt nr N N510 707240.